

Wymagania z przedmiotu matematyka (po podstawówce)
kl. III zakres podstawowy i rozszerzony

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

- wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia
- wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności
- wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych
- wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji
- wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania

ocena dopuszczająca – wymagania na poziomie (K)
 ocena dostateczna – wymagania na poziomie (K) i (P)
 ocena dobra – wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
 ocena bardzo dobra – wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
 ocena celująca – wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

- **Pogrubieniem** oznaczono tematy i wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE			
1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	– kąt w układzie współrzędnych – definicje funkcji trygonometrycznych kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ – znaki wartości funkcji trygonometrycznych – wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie definicji	Uczeń: – zaznacza kąt w układzie współrzędnych – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu – określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90° , 120° , 135° , 225° , korzystając z definicji dowolnego kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ – określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta – oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$	K K–P K–P K–P K–R P–D
2. Kąt obrotu	– dodatni i ujemny kierunek obrotu – wartości funkcji trygonometrycznych kąta	Uczeń: – zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta α – zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$ – wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego końcowego ramienia	K K K–P

	$k \cdot 360^\circ + \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$, $\alpha \in (0^\circ; 360^\circ)$	<ul style="list-style-type: none"> - bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa - wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej jego funkcji trygonometrycznej - określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu 	<p>P-R</p> <p>P-R</p> <p>P-R</p> <p>P-D</p>
3. Miara łukowa kąta	<ul style="list-style-type: none"> - miara łukowa kąta - radian jako jednostka miary łukowej - zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie - zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$ - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej 	<p>K</p> <p>K</p> <p>P-R</p>
4. Funkcje okresowe	<ul style="list-style-type: none"> - definicja funkcji okresowej - okres podstawowy funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu - szkicuje wykres funkcji okresowej - stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości 	<p>K</p> <p>P-R</p> <p>P-R</p>
5. Wykresy funkcji sinus i cosinus	<ul style="list-style-type: none"> - wykresy funkcji sinus i cosinus - własności funkcji sinus i cosinus - środki symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus - osie symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus - funkcje parzyste i funkcje nieparzyste 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość - korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus podaje liczbę rozwiązań równania $\sin x = m$, $\cos x = m$ w zależności od parametru m 	<p>K</p> <p>P</p> <p>P-R</p> <p>R</p>
6. Wykresy funkcji tangens i cotangens	<ul style="list-style-type: none"> - wykresy funkcji tangens i cotangens - własności funkcji tangens i cotangens - środki symetrii wykresów funkcji tangens i cotangens 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - określa własności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens rozwiązania równania $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ w podanym przedziale 	<p>K</p> <p>P</p> <p>P-R</p>
7. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor	<ul style="list-style-type: none"> - metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(x - p) + q$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX - szkicuje wykres funkcji będącej złożeniem przesunięcia i symetrii względem osi OX - podaje zbiory wartości funkcji, np. $f(x) = 2 \cos^2 x - 1$ 	<p>K-P</p> <p>K-P</p> <p>P-D</p>

			R–D
8. Przekształcenia wykresu funkcji (1)	<ul style="list-style-type: none"> – metoda szkicowania wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną – pojęcie amplitudy wykresu funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje amplitudę wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną – szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = af(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności 	<p>P</p> <p>R–D</p> <p>R–D</p>
9. Przekształcenia wykresu funkcji (2)	<ul style="list-style-type: none"> – metoda szkicowania wykresu funkcji $y = f(ax)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności – szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności 	<p>R</p> <p>D</p>
10. Przekształcenia wykresu funkcji (3)	<ul style="list-style-type: none"> – metoda szkicowania wykresów funkcji $y = f(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności – stosuje wykresy funkcji w zadaniach różnych typów 	<p>P–R</p> <p>P–D</p> <p>R–D</p>
11. Tożsamości trygonometryczne	<ul style="list-style-type: none"> – podstawowe tożsamości trygonometryczne – metody dowodzenia tożsamości trygonometrycznych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach – dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia – oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich 	<p>K</p> <p>P–R</p> <p>P–R</p>
12. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów	<ul style="list-style-type: none"> – funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – funkcje trygonometryczne podwojonego kąta 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta – stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych – wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego i funkcje trygonometryczne połowy kąta 	<p>K–P</p> <p>P–D</p> <p>R</p> <p>R–D</p> <p>R–D</p> <p>W</p>

13. Wzory redukcyjne	- wzory redukcyjne	Uczeń: - zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$ - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora) - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych	K P R-D
14. Równania trygonometryczne (1)	- metody rozwiązywania równań trygonometrycznych	Uczeń: - rozwiązuje proste równania trygonometryczne - rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias	K-P P-D
15. Równania trygonometryczne (2)	- rozwiązywanie równań trygonometrycznych metodą grupowania wyrazów, podstawiania i wykorzystywania wzorów na funkcje trygonometryczne sum i różnic kątów - wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów	Uczeń: - rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych - stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów	R-D W
16. Nierówności trygonometryczne	- metody rozwiązywania nierówności trygonometrycznych	Uczeń: - rozwiązuje nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych - rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia	K-D W
2. GEOMETRIA ANALITYCZNA			
1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych	- wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych	Uczeń: - oblicza odległości między punktami w układzie współrzędnych - stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych - wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej	K P-D D
2. Środek odcinka	- wzór na współrzędne środka odcinka	Uczeń: - wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców - wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca - stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych	K P P-D

3. Odległość punktu od prostej	<ul style="list-style-type: none"> - wzór na odległość punktu od prostej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza odległość punktu od prostej - oblicza odległość między prostymi równoległymi - stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów 	<p>K P P-D</p>
4. Okrąg w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> - równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych - równanie okręgu w postaci kanonicznej - równanie okręgu w postaci ogólnej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu - sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu - wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt - wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej - sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu - wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg - wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie - stosuje w zadaniach równanie okręgu 	<p>K K K K-P P-R R-D R-D P-D</p>
5. Wzajemne położenie dwóch okręgów	<ul style="list-style-type: none"> - okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - określa wzajemne położenie dwóch okręgów - podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów - wyznacza równanie okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego podanym równaniem - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem 	<p>P-R R R R-D</p>
6. Wzajemne położenie okręgu i prostej	<ul style="list-style-type: none"> - styczna do okręgu - sieczna okręgu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu - wyznacza równanie stycznej do okręgu spełniającej podane warunki - określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej 	<p>P R R-D P-D</p>
7. Układy równań drugiego stopnia	<ul style="list-style-type: none"> - sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia, w tym zadania z parametrem - stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów 	<p>K-R P-D</p>
8. Koło w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> - nierówność opisująca koło 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - sprawdza, czy dany punkt należy do danego koła - opisuje koło w układzie współrzędnych 	<p>P P R-D</p>

		<ul style="list-style-type: none"> - podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia - opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny 	R-D
9. Działania na wektorach	<ul style="list-style-type: none"> - dodawanie i odejmowanie wektorów - mnożenie wektora przez liczbę - interpretacja geometryczna działań na wektorach - długość wektora - pojęcia wektora zerowego i wektora jednostkowego - równoległość wektorów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wykonuje działania na wektorach - sprawdza, czy wektory są równoległe - wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek - stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną 	K-P P P-R P-D
10. Wektory – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> - zastosowanie działań na wektorach 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów - stosuje działania na wektorach do podziału odcinka - stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej - wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie 	P K-P P-D D-W
11. Symetria osiowa	<ul style="list-style-type: none"> - definicja symetrii osiowej - figury osiowosymetryczne - symetria względem osi układu współrzędnych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu - stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach 	K K K-P K-R P-D
12. Symetria środkowa	<ul style="list-style-type: none"> - definicja symetrii środkowej - figury środkowosymetryczne - symetria względem początku układu współrzędnych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje figury środkowosymetryczne - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych - stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej 	K K K-P K-P P-D
3. CIĄGI			

1. Pojęcie ciągu	<ul style="list-style-type: none"> - definicja ciągu - ciąg liczbowy - wykres ciągu - wyraz ciągu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie - szkicuje wykres ciągu 	<p>K-P</p> <p>K-P</p> <p>K-P</p>
2. Sposoby określania ciągu	<ul style="list-style-type: none"> - sposoby określania ciągu - wzór ogólny ciągu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym - wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek - wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki 	<p>P</p> <p>K-P</p> <p>P-R</p> <p>R-D</p>
3. Ciągi monotoniczne (1)	<ul style="list-style-type: none"> - definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki - uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny - wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym - bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji - wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym - dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów 	<p>K-P</p> <p>K-P</p> <p>K-P</p> <p>P-R</p> <p>P-D</p> <p>R-W</p>
4. Ciągi określone rekurencyjnie	<ul style="list-style-type: none"> - określenie rekurencyjne ciągu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie - wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu 	<p>K-P</p> <p>P-R</p> <p>R-D</p>
5. Ciągi monotoniczne (2)	<ul style="list-style-type: none"> - suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów - bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu 	<p>K-R</p> <p>P-D</p> <p>R-W</p>
6. Ciąg arytmetyczny (1)	<ul style="list-style-type: none"> - definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy - wzór ogólny ciągu arytmetycznego - monotoniczność ciągu arytmetycznego - własności ciągu arytmetycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady ciągów arytmetycznych - wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica - określa monotoniczność ciągu arytmetycznego 	<p>K</p> <p>K-P</p> <p>K-P</p> <p>P</p>

		<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy - stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego 	<p>P-R</p> <p>P-R</p> <p>P-D</p>
7. Ciąg arytmetyczny (2)	<ul style="list-style-type: none"> - zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym - udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego 	<p>P-R</p> <p>D</p> <p>P-D</p>
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	<ul style="list-style-type: none"> - wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego - uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego 	<p>K-P</p> <p>P-R</p> <p>P-R</p> <p>R-D</p> <p>R-D</p>
9. Ciąg geometryczny (1)	<ul style="list-style-type: none"> - definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu - wzór ogólny ciągu geometrycznego - własności ciągu geometrycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady ciągów geometrycznych - wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz - wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny 	<p>K</p> <p>K-P</p> <p>P</p> <p>P-R</p>
10. Ciąg geometryczny (2)	<ul style="list-style-type: none"> - monotoniczność ciągu geometrycznego - pojęcie średniej geometrycznej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - określa monotoniczność ciągu geometrycznego - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym - stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną - stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu 	<p>P-R</p> <p>P-D</p> <p>P-R</p> <p>P-D</p>

11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	<ul style="list-style-type: none"> - wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego - stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu 	<p>K-P P-R</p>
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	<ul style="list-style-type: none"> - własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie 	<p>P-D</p>
13. Procent składany	<ul style="list-style-type: none"> - procent składany - kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji - stopy procentowe nominalna i efektywna 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji - oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania - oblicza oprocentowanie lokaty - ustala okres oszczędzania - rozwiązuje zadania związane z kredytami 	<p>K-P R-D P-R P-R R-D</p>
14. Granica ciągu	<ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy ciągu - pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ dla $q \in (-1; 1)$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$ dla $a > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ dla $k > 0$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę - ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość - uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy 	<p>K-P P-R P-D</p>
15. Ciągi rozbieżne	<ul style="list-style-type: none"> - definicja ciągu rozbieżnego do ∞ ($-\infty$) - pojęcie granicy niewłaściwej - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$ dla $q > 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \infty$ dla $k > 0$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy - bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby - udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji 	<p>K-P P-R R-D</p>
16. Obliczanie granic ciągów (1)	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - twierdzenie o trzech ciągach - twierdzenie $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów - oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach 	<p>P-D P-D P-D</p>

17. Obliczanie granic ciągów (2)	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych - symbole nieoznaczone 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych - wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru - uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej 	<p>P-D</p> <p>D-W</p> <p>D-W</p>
18. Szereg geometryczny	<ul style="list-style-type: none"> - definicja szeregu geometrycznego - suma szeregu geometrycznego - pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego - wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie $q \in (-1; 1)$: $S = \frac{a_1}{1-q}$ - warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny - oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły 	<p>K-P</p> <p>P-D</p> <p>P-D</p> <p>P-D</p> <p>R-D</p> <p>W</p> <p>P-R</p>
4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY			
1. Granica funkcji w punkcie	<ul style="list-style-type: none"> - intuicyjne pojęcie granicy funkcji w punkcie - pojęcie sąsiedztwa punktu x_0 - definicja granicy funkcji w punkcie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu - uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji 	<p>K-R</p> <p>P-R</p>
2. Obliczanie granic funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie - twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie - twierdzenie o granicy funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie - oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie 	<p>K-R</p> <p>R-D</p> <p>D</p>
3. Granice jednostronne	<ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy prawostronnej i lewostronnej funkcji w punkcie - twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie - stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie 	<p>K-D</p> <p>P-D</p>

	w punkcie a granicą funkcji w punkcie		
4. Granice niewłaściwe	<ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy niewłaściwej funkcji w punkcie - definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie - twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie - asymptota pionowa wykresu funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie - wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie - wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji 	<p>P-D P-D P-D</p>
5. Granica funkcji w nieskończoności	<ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy funkcji w nieskończoności - twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności - asymptota pozioma wykresu funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza granice funkcji w nieskończoności - stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w ∞ i w $-\infty$ - wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji - udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności 	<p>K-D D K-D D</p>
6. Ciągłość funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - definicja ciągłości funkcji w punkcie - twierdzenie o ciągłości: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie - definicja funkcji ciągłej w przedziale $(a; b)$ i w przedziale $\langle a; b \rangle$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie - bada ciągłość funkcji - wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale 	<p>P-R P-D R-D</p>
7. Własności funkcji ciągłych	<ul style="list-style-type: none"> - własność Darboux - twierdzenie Weierstrassa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości - stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym 	<p>P-D P-D</p>
8. Pochodna funkcji w punkcie	<ul style="list-style-type: none"> - iloraz różnicowy funkcji - współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi OX - styczna i sieczna wykresu funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej - stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie - oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX - uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie 	<p>P-R P-D P-D R-D</p>

	<ul style="list-style-type: none"> - definicja pochodnej funkcji w punkcie - interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie 		
9. Funkcja pochodna	<ul style="list-style-type: none"> - określenie funkcji pochodnej danej funkcji - funkcja różniczkowalna - wzory na pochodne funkcji potęgowej - równanie stycznej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie - wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki - na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji 	<p>K-R</p> <p>K-P</p> <p>R-D</p> <p>R-W</p>
10. Działania na pochodnych	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji - pochodne funkcji trygonometrycznych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji - wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych - wyprowadza wzory na pochodną: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji 	<p>K-D</p> <p>P-D</p> <p>D</p> <p>D-W</p>
11. Pochodna funkcji złożonej	<ul style="list-style-type: none"> - funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna - twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę - wyznacza pochodną funkcji złożonej - stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej - wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów 	<p>P-D</p> <p>P-D</p> <p>P-D</p> <p>D-W</p>
12. Interpretacja fizyczna pochodnej	<ul style="list-style-type: none"> - interpretacja fizyczna pochodnej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał 	<p>P-R</p>
13. Monotoniczność funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji - uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze - wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej - wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych 	<p>K-R</p> <p>P-R</p> <p>P-D</p> <p>W</p>
14. Ekstrema funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu 	<p>K-P</p> <p>K-R</p>

	<ul style="list-style-type: none"> - warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum 	<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia - wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie - uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum 	<p>P-R</p> <p>P-D</p>
15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym - wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej - wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem 	<p>P-R</p> <p>P-D</p> <p>D-W</p>
16. Zagadnienia optymalizacyjne	<ul style="list-style-type: none"> - zagadnienia optymalizacyjne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych 	<p>P-D</p>
17. Szkicowanie wykresu funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - schemat badania własności funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje schemat badania własności funkcji - bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli - szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności 	<p>K</p> <p>P-D</p> <p>R-D</p>
5. STATYSTYKA			
1. Średnia arytmetyczna	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie średniej arytmetycznej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych - oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną 	<p>K</p> <p>K-R</p> <p>P-D</p>
2. Mediana, skala centylowa i dominanta	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie mediany - pojęcie skali centylowej - pojęcie dominanty 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza medianę i dominantę zestawu danych - odczytuje informacje ze skali centylowej - wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę 	<p>K</p> <p>P-R</p> <p>K-R</p> <p>P-D</p>
3. Odchylenie standardowe	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie wariancji - pojęcie odchylenia standardowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych - oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami 	<p>K-P</p> <p>P-D</p>
4. Średnia ważona	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie średniej ważonej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami 	<p>K-P</p>

		- stosuje w zadaniach średnią ważoną	P-D
--	--	--------------------------------------	-----