

**Wymagania z przedmiotu matematyka
kl. IV zakres podstawowy i rozszerzony**

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

- wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia
- wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności
- wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych
- wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji
- wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania

ocena dopuszczająca – wymagania na poziomie (K)
 ocena dostateczna – wymagania na poziomie (K) i (P)
 ocena dobra – wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
 ocena bardzo dobra – wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
 ocena celująca – wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA			
1. Reguła mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> – reguła mnożenia – prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wypisuje wszystkie wyniki danego doświadczenia – stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia 	K–P K–R P–R
2. Permutacje	<ul style="list-style-type: none"> – definicja permutacji – definicja symbolu $n!$ – liczba permutacji zbioru n-elementowego – permutacje z powtórzeniami 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> – wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru – oblicza liczbę permutacji danego zbioru – wykonuje obliczenia, stosując definicję silni – wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań 	K K P P–D

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
3. Wariacje bez powtórzeń	<ul style="list-style-type: none"> – definicja wariacji bez powtórzeń – liczba k-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru n-elementowego – reguła dodawania 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań 	<p>K–R P–R P–D</p>
4. Wariacje z powtórzeniami	<ul style="list-style-type: none"> – definicja wariacji z powtórzeniami – liczba k-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru n-elementowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań 	<p>K–R P–D</p>
5. Kombinacje	<ul style="list-style-type: none"> – definicja kombinacji – liczba k-elementowych kombinacji zbioru n-elementowego – symbol Newtona – wzór dwumianowy Newtona – trójkąt Pascala 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza wartość symbolu Newtona $\binom{n}{k}$, gdzie $n \geq k$ – oblicza liczbę kombinacji – wypisuje wszystkie k-elementowe kombinacje danego zbioru n-elementowego, np. dla $k = 4, n = 5$ – wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań – stosuje własności trójkąta Pascala – wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów – uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona, w tym twierdzenie: jeśli $0 < k < n$, to $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ oraz wzory skróconego mnożenia na $a^n \pm b^n$ i wniosek: $a - b \mid a^n - b^n$ dla $a, b \in \mathbf{Z}$ 	<p>K K–R K–P K–D P–R R–D R–D</p>
6. Kombinatoryka – zadania	<ul style="list-style-type: none"> – zestawienie podstawowych pojęć kombinatoryki: permutacje, wariacje i kombinacje 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań 	<p>K–D</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
7. Zdarzenia losowe	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie zdarzenia elementarnego – pojęcie przestrzeni zdarzeń elementarnych – pojęcie zdarzenia losowego – wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu – zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe – suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych – zdarzenia wykluczające się – zdarzenie przeciwne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – określa przestrzeń zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia – wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu – określa zdarzenia: niemożliwe i pewne – wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się 	<p>K–P K–P K–P P–D K–P</p>
8. Prawdopodobieństwo klasyczne	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie prawdopodobieństwa – klasyczna definicja prawdopodobieństwa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa – wykorzystuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje, wariacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń 	<p>K–D K–D</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
9. Własności prawdopodobieństwa	<ul style="list-style-type: none"> – określenie prawdopodobieństwa: <ol style="list-style-type: none"> 1. $0 \leq P(A) \leq 1$ dla dowolnego zdarzenia $A \subset \Omega$ 2. $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$ 3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dla dowolnych zdarzeń rozłącznych $A, B \subset \Omega$ – własności prawdopodobieństwa: <ol style="list-style-type: none"> 1. Jeżeli $A, B \subset \Omega$ oraz $A \subset B$, to $P(A) \leq P(B)$. 2. Jeżeli $A \subset \Omega$, to $P(A') = 1 - P(A)$. 3. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$. 4. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką – oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego – stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają – stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa 	<p>K–P K P–R P–R D–W</p>
10. Prawdopodobieństwo warunkowe	<ul style="list-style-type: none"> – definicja prawdopodobieństwa warunkowego – prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa w przypadku prawdopodobieństwa warunkowego – zdarzenia niezależne i zależne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczenia prawdopodobieństwa np. sumy, iloczynu, różnicy zdarzeń – dowodzi własności prawdopodobieństwa warunkowego 	<p>K–D R–D W</p>
11. Prawdopodobieństwo całkowite	<ul style="list-style-type: none"> – wzór na prawdopodobieństwo całkowite 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – oblicza prawdopodobieństwo całkowite 	<p>K–P K–D</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
12. Wzór Bayesa	– wzór Bayesa	Uczeń: – stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – udowadnia wzór Bayesa	P–D W
13. Doświadczenia wieloetapowe	– ilustracja doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: – ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym	K–R P–D
14. Schemat Bernoulliego	– próba Bernoulliego – pojęcie sukcesu, porażki – wzór Bernoulliego	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego – stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa k sukcesów w n próbach – wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów w n próbach	K K–R P–D
15. Wartość oczekiwana zmiennej losowej	– definicja zmiennej losowej – definicja rozkładu zmiennej losowej – definicja wartości oczekiwanej – definicja gry sprawiedliwej	Uczeń: – podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabelki – oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa	P–R P–D P
2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY			

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni	<ul style="list-style-type: none"> – wzajemne położenie dwóch płaszczyzn – wzajemne położenie dwóch prostych – proste skośne – prostopadłość prostych w przestrzeni – wzajemne położenie prostej i płaszczyzny – rzut prostokątny na płaszczyznę – twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne – wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę – przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni – przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny 	<p>K K–P R–D D</p>
2. Graniastosłupy	<ul style="list-style-type: none"> – graniastosłup prosty i graniastosłup pochyły – powierzchnia boczna graniastosłupa – wysokość graniastosłupa – prostopadłościan – graniastosłup prawidłowy – pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa – siatki sześciangu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa – sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi – wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup – oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego – rysuje siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment 	<p>K K–P K P–R K</p>
3. Odcinki w graniastosłupach	<ul style="list-style-type: none"> – przekątna graniastosłupa – długość przekątnej prostopadłościanu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa – uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych i pola powierzchni danego graniastosłupa 	<p>K–P P–D D–W</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
4. Objętość graniastosłupa	<ul style="list-style-type: none"> – wzór na objętość graniastosłupa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza objętość graniastosłupa prostego – oblicza objętość graniastosłupa pochyłego – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości graniastosłupa – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzoru na objętość graniastosłupa prostego 	<p>K–P D–W P–D D–W</p>
5. Ostrosłupy	<ul style="list-style-type: none"> – ostrosłup – ostrosłup prawidłowy – wysokość ostrosłupa, spodek wysokości – kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa prawidłowego – czworościan foremny – pole powierzchni ostrosłupa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup – oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę – rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment – oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa 	<p>K K–P K–P K–R P–D</p>
6. Objętość ostrosłupa	<ul style="list-style-type: none"> – wzór na objętość ostrosłupa – wzór na wysokość i objętość czworościanu foremnego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów 	<p>K–P P–D D–W</p>
7. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o trzech prostych prostopadłych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadnienia prostopadłości prostych – stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań ze stereometrii – przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych 	<p>P–D P–D D</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
8. Kąt między prostą a płaszczyzną	– pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	Uczeń: – wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną – wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)	K–R K–R P–D
9. Kąt dwuścienny	– pojęcie kąta dwuściennego – miara kąta dwuściennego	Uczeń: – wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów – wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów – rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego	K P–D P–D
10. Przekroje prostopadłościanów	– różne przekroje prostopadłościanu	Uczeń: – wyznacza przekroje prostopadłościanu – oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii) – rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów prostopadłościanu (również z wykorzystaniem trygonometrii)	P P–D R–W
11. Przekroje ostrosłupów	– różne przekroje ostrosłupa	Uczeń: – wyznacza przekroje ostrosłupa prawidłowego – oblicza pole danego przekroju ostrosłupa – rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów ostrosłupa	K–P P–D R–W
3. BRYŁY OBROTOWE			
1. Walec	– pojęcie walca – podstawa, wysokość, tworząca walca – wzór na pole powierzchni bocznej i całkowitej walca – przekrój osiowy walca – wzór na objętość walca	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące walec – zaznacza przekrój osiowy walca – oblicza pole powierzchni całkowitej walca – oblicza objętość walca – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca	K K K–R K–R P P–D D–W

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
2. Stożek	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie stożka – podstawa, wierzchołek, wysokość, tworząca stożka – wzór na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej stożka – przekrój osiowy stożka – kąt rozwarcia stożka – wzór na objętość stożka 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wskazuje elementy charakteryzujące stożek – zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka – oblicza pole powierzchni całkowitej stożka – oblicza objętość stożka – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka 	<p>K K K–R K–R P–D P–D D–W</p>
3. Kula	<ul style="list-style-type: none"> – kula i sfera – przekroje kuli, koło wielkie – pojęcie płaszczyzny stycznej do kuli – wzór na pole powierzchni kuli – wzór na objętość kuli 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę – zaznacza przekroje kuli – oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli 	<p>K–P K K–R P–D D–W</p>
4. Bryły podobne	<ul style="list-style-type: none"> – bryły podobne – skala podobieństwa brył podobnych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych do rozwiązywania zadań 	<p>P P–D</p>
5. Bryły opisane na kuli	<ul style="list-style-type: none"> – sześcián opisany na kuli – ostrosłup prawidłowy czworokątny opisany na kuli – walec opisany na kuli – stożek opisany na kuli 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rysuje przekroje brył opisanych na kuli – rozwiązuje zadania dotyczące brył opisanych na kuli, np. dotyczące obliczania pola powierzchni i objętości brył (również z wykorzystaniem trygonometrii) – wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego 	<p>R R–D W</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
6. Bryły wpisane w kulę	<ul style="list-style-type: none"> – prostopadłościan wpisany w kulę – ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisany w kulę – walec wpisany w kulę – stożek wpisany w kulę 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rysuje przekroje brył wpisanych w kulę – rozwiązuje zadania dotyczące brył wpisanych w kulę, np. dotyczące obliczania pola powierzchni i objętości brył (również z wykorzystaniem trygonometrii) 	R R–D
7. Inne bryły wpisane i opisane	<ul style="list-style-type: none"> – walec opisany na graniastosłupie – walec wpisany w graniastosłup – walec opisany na stożku – walec wpisany w stożek 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rysuje przekroje brył wpisanych w inne bryły i opisanych na innych bryłach – rozwiązuje zadania dotyczące brył wpisanych i opisanych (również z wykorzystaniem trygonometrii) 	D R–W
8. Zagadnienia optymalizacyjne	<ul style="list-style-type: none"> – funkcje pola powierzchni i objętości brył oraz ich dziedziny 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą lub najmniejszą wartość 	R–D
4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE			
1. Dowody w algebrze (1)	<ul style="list-style-type: none"> – implikacja: poprzednik, następnik, założenie i teza twierdzenia – twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych – twierdzenia dotyczące wyrażeń algebraicznych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych z pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności – przeprowadza dowód nie wprost, np. dotyczący liczb pierwszych 	P–D D–W
2. Dowody w algebrze (2)	<ul style="list-style-type: none"> – zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną – dowód metodą równoważnego przekształcania tezy 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych – dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną 	P–D K–D

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
3. Dowody w geometrii (1)	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech przystawania trójkątów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego – wykorzystuje przystawanie trójkątów do uzasadniania własności wielokątów – wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń 	<p>K</p> <p>P–D</p> <p>P–D</p>
4. Dowody w geometrii (2)	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech podobieństwa trójkątów – twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego – wykorzystuje podobieństwo trójkątów do uzasadniania własności wielokątów – dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym – wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń 	<p>K</p> <p>P–D</p> <p>P–D</p> <p>P–D</p>